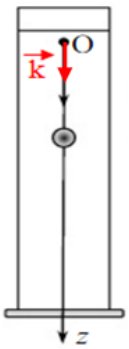
المستوى : الثانية بكالوريا علوم فيزيائية / رياضية	السقوط الرأسي لجسم صلب باحتكاك	ذ. مبارك هندا

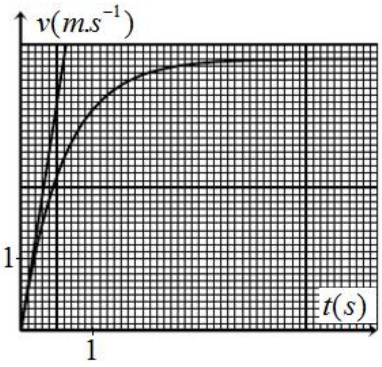
نص التمرين : نحرر بدون سرعة بدئية انطلاقا من الموضع O ، عند لحظة $t=0s$ ، كرية كتلتها $m=0,02Kg$ و شعاعها $r=0,01m$ داخل سائل كتلته الحجمية $\mu_0=1200Kg.m^{-3}$.



يكتب تعبير قوى الاحتكاك المائع المطبقة من طرف السائل على الكرة كما يلي : $\vec{f}=-6.\pi.\eta.r.\vec{v}$ حيث η هو معامل لزوجة السائل و $\vec{v}$ متجهة سرعة الكرية.

نعطي حجم الكرة $V=\frac{4}{3}.\pi.r^3$ و شدة الثقالة $g=10m.s^{-2}$.

1. أجرد القوى المطبقة على الكرية أثناء حركتها و اكتب تعبيرها المتجهي.
2. بين ان المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز قصور الكرية تكتب على الشكل $\frac{dv}{dt}+A.v=B$ محددا تعبير كل من A و B بدلالة معطيات التمرين.
3. أوجد تعبير السرعة الحدية v_l و تعبير الزمن τ المميز للحركة بدلالة A و B .
4. يمثل المنحنى جانبه تغيرات سرعة مركز قصور الكرية بدلالة الزمن .



حدد مبيانيا قيمتي v_l و τ .

5. أحسب قيمة كل من A و B .
6. استنتج قيمة معامل لزوجة السائل η .
7. يكتب حل المعادلة التفاضلية السابقة على الشكل $v(t)=v_l.(1-e^{-t/\tau})$

بين ان تغيرات انسوب مركز قصور الكرية يكتب على الشكل $z(t)=\alpha.t+\beta.e^{-t/\tau}+\gamma$ حيث α و β و γ ثوابت يجب تحديد قيمها.

الحل المقترح :

1. + المجموعة المدروسة : الكرية

+ جرد القوى الخارجية : وزن الكرية $\vec{P}=m.g.\vec{k}$

دافعة أرخميدس $\vec{F}=\mu_0.V.g.\vec{k}$ حيث $V=\frac{4}{3}.\pi.r^3$

قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}=-6.\pi.\eta.r.v.\vec{k}$

2. تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم غاليلي مرتبط بالأرض : $\sum\vec{F}=m.\vec{a}$ يعني $\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a}$

الاسقاط على المحور oz : $P_z+F_z+f_z=m.a_z$ يعني $mg-\mu_0.V.g-6.\pi.\eta.r.v=m.a_z$ حيث $a_z=a$

يعني $\frac{dv}{dt}+\frac{6.\pi.r.\eta}{m}.v=1-\frac{\mu_0.V.g}{m}$ يعني $\frac{dv}{dt}+\frac{6.\pi.r.\eta}{m}.v=(1-\frac{\mu_0.4.\pi.r^3}{3m}).g$ هي المعادلة التفاضلية للحركة و تكتب على الشكل $\frac{dv}{dt}+A.v=B$ حيث $A=\frac{6.\pi.r.\eta}{m}$ و $B=(1-\frac{\mu_0.4.\pi.r^3}{3m}).g$

3. عندما يتحقق النظام الدائم لدينا $v=v_l=Cte$ يعني $\frac{dv}{dt}=0$ يعني $0+A.v_l=B$ يعني $v_l=\frac{B}{A}$

و لدينا من جهة اخرى $v_l=a_0.\tau$ يعني $\tau=\frac{v_l}{a_0}$ حيث $v_l=\frac{B}{A}$ و $a_0=B$ أي أن $\tau=\frac{1}{A.}$

4. مبيانيا لدينا : $v_l=3,8m.s^{-1}$ و $\tau=0,6s$

5. لدينا $\tau=\frac{1}{A}$ يعني $A=\frac{1}{\tau}$ ت.ع $A=\frac{1}{0,6}$ اذن $A=1,66s^{-1}$

و لدينا $v_l=\frac{B}{A}$ يعني $B=A.v_l$ ت.ع $B=1,66\times3,8$ اذن $B=6,33m.s^{-2}$

6. لدينا $A=\frac{6.\pi.r.\eta}{m}$ يعني $\eta=\frac{A.m}{6.\pi.r}$ ت.ع $\eta=\frac{1,66\times0,02}{6\times\pi\times0,01}$ اذن $\eta=1,761Kg.m^{-1}.s^{-1}$

7. لدينا $v(t)=v_l.(1-e^{-t/\tau})$ وبما أن $v=\frac{dz}{dt}$ فان $\frac{dz}{dt}=v_l.(1-e^{-t/\tau})$ يعني $\frac{dz}{dt}=v_l-v_l.e^{-t/\tau}$ ،

وبالتكامل نجد : $z(t)=v_l.t+v_l.\tau.e^{-t/\tau}+c$

عند $t=0s$ لدينا $z(0)=0$ $\Leftarrow$ $c=-v_l.\tau$ أي $z(0)=v_l.0+v_l.\tau.e^{0}+c$

وبالتالي $z(t)=v_l.t+v_l.\tau.e^{-t/\tau}-v_l.\tau$ وتكتب على الشكل $z(t)=\alpha.t+\beta.e^{-t/\tau}+\gamma$

نستنتج : $\alpha=v_l$ و $\beta=v_l.\tau$ و $\gamma=-v_l.\tau$ $\Leftarrow$ $\alpha=3,8m.s^{-1}$ و $\beta=2,28m$ و $\gamma=-2,28m$

الأستاذ مبارك هندا

Phy.handa@gmail.com

www.handa-physique.e-monsite.com

0661931283